

METODI NUMERICI PER LE EQUAZIONI A DERIVATE PARZIALI NON LINEARI

A.A. 2019-2020

Docente: Emiliano Cristiani

PROGRAMMA DEL CORSO

PARTE A. LEGGI DI CONSERVAZIONE

- **TEORIA**
 - Derivazione delle leggi di conservazione
 - Metodo delle caratteristiche, caso lineare e non lineare, con o senza il termine di sorgente
 - Tempo di primo shock
 - Metodo delle caratteristiche per l'equazione delle onde
 - Soluzioni deboli
 - Condizione di Rankine-Hugoniot (2 metodi)
 - Esistenza di infinite soluzioni deboli
 - Soluzione entropica
 - Se u è soluzione entropica allora la sua variazione totale è decrescente in tempo
 - Problema di Riemann
 - Wave Front Tracking (cenni)
 - Sistemi di leggi di conservazione lineari e non lineari, equazioni di Eulero
- **NUMERICA**
 - Griglia baricentrica e griglia nodale, definizione di soluzione approssimata
 - Esempio di schema che non converge alla soluzione entropica
 - Schemi in forma conservativa (Upwind, LF, Richtmyer-LW, Mac Cormack)
 - Flusso numerico
 - Consistenza
 - Schema di Godunov
 - Teorema di Lax-Wendroff con dimostrazione
 - Schemi monotoni, che preservano la monotonia e TVD
 - Teorema: uno schema monotono è al più del primo ordine
 - Teorema: convergenza alla soluzione entropica
 - Equazione modificata (equivalente)
- **APPLICAZIONI**
 - Modelli microscopici e macroscopici per il traffico veicolare (follow-the-leader, LWR, ARZ).
 - Modelli macroscopici del I ordine su reti.

PARTE B. EQUAZIONI DI HAMILTON-JACOBI

- **TEORIA**
 - Definizione di equazione di Hamilton-Jacobi, caso stazionario e evolutivo
 - Parallelismo teorico tra equazioni di Hamilton-Jacobi e leggi di conservazione
 - Soluzioni di viscosità
 - Equazioni di Eulero-Lagrange
 - Trasformata di Legendre
 - Formula di Hopf-Lax
 - Equazione eikonale evolutiva e stazionaria
- **NUMERICA**
 - Parallelismo numerico tra equazioni di Hamilton-Jacobi e leggi di conservazione
 - Schemi alle differenze finite
 - Schemi semi-lagrangiani
 - Trasformata di Kruzkov
- **APPLICAZIONI**
 - Metodo level-set per l'evoluzione dei fronti
 - Shape-from-Shading
 - Segmentazione di immagini (cenni)
 - Teoria del controllo ottimo ed equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman
 - Teoria dei giochi differenziali (cenni)
 - Modellistica per flussi pedonali, modello di Hughes
 - Mean field games (cenni)