

# METODI NUMERICI PER LE EQUAZIONI A DERIVATE PARZIALI NON LINEARI

A.A. 2019-2020

Docente: Emiliano Cristiani

## PROGRAMMA DEL CORSO

### PARTE A. LEGGI DI CONSERVAZIONE

- **TEORIA**
  - Derivazione delle leggi di conservazione
  - Metodo delle caratteristiche, caso lineare e non lineare, con o senza il termine di sorgente
  - Tempo di primo shock
  - Metodo delle caratteristiche per l'equazione delle onde
  - Soluzioni deboli
  - Condizione di Rankine-Hugoniot (2 metodi)
  - Esistenza di infinite soluzioni deboli
  - Soluzione entropica
  - Se  $u$  è soluzione entropica allora la sua variazione totale è decrescente in tempo
  - Problema di Riemann
  - Wave Front Tracking (cenni)
  - Sistemi di leggi di conservazione lineari e non lineari, equazioni di Eulero
- **NUMERICA**
  - Griglia baricentrica e griglia nodale, definizione di soluzione approssimata
  - Esempio di schema che non converge alla soluzione entropica
  - Schemi in forma conservativa (Upwind, LF, Richtmyer-LW, Mac Cormack)
  - Flusso numerico
  - Consistenza
  - Schema di Godunov
  - Teorema di Lax-Wendroff con dimostrazione
  - Schemi monotoni, che preservano la monotonia e TVD
  - Teorema: uno schema monotono è al più del primo ordine
  - Teorema: convergenza alla soluzione entropica
  - Equazione modificata (equivalente)
- **APPLICAZIONI**
  - Modelli microscopici e macroscopici per il traffico veicolare (follow-the-leader, LWR, ARZ).
  - Modelli macroscopici del I ordine su reti.

## PARTE B. EQUAZIONI DI HAMILTON-JACOBI

- **TEORIA**
  - Definizione di equazione di Hamilton-Jacobi, caso stazionario e evolutivo
  - Parallelismo teorico tra equazioni di Hamilton-Jacobi e leggi di conservazione
  - Soluzioni di viscosità
  - Equazioni di Eulero-Lagrange
  - Trasformata di Legendre
  - Formula di Hopf-Lax
  - Equazione eikonale evolutiva e stazionaria
- **NUMERICA**
  - Parallelismo numerico tra equazioni di Hamilton-Jacobi e leggi di conservazione
  - Schemi alle differenze finite
  - Schemi semi-lagrangiani
  - Trasformata di Kruzkov
- **APPLICAZIONI**
  - Metodo level-set per l'evoluzione dei fronti
  - Shape-from-Shading
  - Segmentazione di immagini (cenni)
  - Teoria del controllo ottimo ed equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman
  - Teoria dei giochi differenziali (cenni)
  - Modellistica per flussi pedonali, modello di Hughes
  - Mean field games (cenni)